

Esercitazione 17 Ottobre 2014

Matematica Applicata Ingegneria Biomedica

Patricia Díaz de Alba

1. **(Esercizio 1, Prova 14 Novembre 2013 - Compito 1)**. Si ortonormalizzino i seguenti vettori mediante il procedimento di Gram-Schmidt

$$w_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, w_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, w_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, w_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Si consideri, inoltre, la matrice $A = [w_1, w_2, w_3, w_4]$ e si dica se è invertibile. Sfruttando poi i calcoli fatti, e motivando la risposta, si dica se la matrice $B = [w_2, w_1, w_3, w_4]$ è invertibile.

2. **(Esercizio 2, Prova 14 Novembre 2013 - Compito 1)**. Si consideri il vettore $w = (\alpha, 0, 1)^T$ dipendente dal parametro reale α . Costruita la matrice $A = I - 2ww^T$, si dica per quali valori di α la matrice è singolare e per quali valori le sue tre colonne sono ortogonali. Fissato il valore $\alpha = 2$ si calcoli la norma con indice 1, 2 e ∞ delle tre colonne e si determini lo spettro della matrice.
3. **(Esercizio 3, Prova 9 Novembre 2009)**. Determinare i valori del parametro α che rendono ortogonale la matrice

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \alpha & \alpha \\ -\alpha & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

4. **(Esercizio 2, Prova 31 Gennaio 2014)**. Assegnate le matrici

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ -a & a & 0 & 0 \\ a & -1 & a & 0 \\ -a & b & -b & a \end{bmatrix}$$

si determinino i valori dei parametri a e b che rendono la matrice M l'inversa di L . Si consideri poi $A = LL^T$ e, sfruttando i calcoli fatti e motivando la risposta, si calcoli $\det(A)$, $\det(A^3)$ e $\det(A^{-1})$. Infine, posto $u = (-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4})^T$ e $v = Lu$, si calcoli $\|v\|_1$, $\|v\|_2$ e $\|v\|_\infty$.